

文章编号: 1000-8055(2007)06-1007-06

水平盘旋下裂纹转子的非线性响应

杨永锋, 任兴民, 秦卫阳

(西北工业大学 力学与土木建筑学院 振动工程研究所, 西安 710072)

摘 要: 研究了裂纹转子在平飞和水平盘旋状态下的非线性响应, 建立了水平盘旋下裂纹转子的数学模型, 推导了转子运动方程. 由结果发现: 响应进入混沌的道路有拟周期环面破裂、周期 3 运动失稳和阵发性混沌进入混沌 3 条. 水平盘旋一般会对系统的非线性响应起到抑制作用, 但是系统响应的振幅明显增大, 因此增大了转轴发生断裂和转子碰摩的可能性; 并且, 水平盘旋会激起转子摆振临界转速分频附近的非线性振动.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 转子; 水平盘旋; 非线性; 裂纹

中图分类号: TH 133; 0322

文献标识码: A

Study of nonlinear response of cracked Jeffcott rotor in hovering state

YANG Yong-feng, REN Xing-min, QIN Wei-yang

(Institute of Vibration Engineering, School of Mechanics Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The nonlinear response of crack Jeffcott rotor in leveling and hovering state was studied, while a mathematical model of crack Jeffcott rotor in hovering state was set up, and the corresponding motion equation was derived. The results show that, there are three ways leading to chaos, which are quasi-periodic bifurcation, intermittence bifurcation and instability period-3 motion to chaos. Generally speaking, the hover can depress the nonlinear response of system, but increase considerably the amplitude of system response, thus creating a bigger possibility of axis crack and rotor collision. And, the hover will also lead to nonlinear response near the fraction frequency of swing critical speed.

Key words: aerospace propulsion system; rotor; hover; nonlinear; crack

航空发动机是在机载条件下运行的. 目前, 研究者对发动机转子的振动特性做了大量的研究工作, 但重点集中在地面转子设备或者航空发动机转子的地面试车状态. 而发动机在机动飞行时, 除发动机的工况发生变化外, 还会在转子系统上产生很大的附加离心力和陀螺力矩, 并且这些载荷是时变的. 在此载荷作用下, 发动机转子可能会出现剧烈振动, 影响转子系统的稳定性并可能导致转子出现各种故障^[1-3]. 因此必须考虑机动飞行附

加载荷对转子振动特性的影响.

本文主要研究裂纹转子系统在水平盘旋下的非线性响应, 选取的研究对象为刚性支承的 Jeffcott 转子模型, 并采用 Newmark- β 法求解裂纹转子的运动微分方程, 给出了响应的分岔图、Poincaré 映射图和周期采样峰峰值图 (简称 PSP 图, 其绘制方法为: 用每个激励力周期内的峰峰值和对应的采样周期数在二维平面图内确定的一系列点构成的图形来描述系统的不同类型非线性

收稿日期: 2006-05-23; 修订日期: 2006-11-10

基金项目: 航空科学基金资助(03C53016)

作者简介: 杨永锋(1981-), 男, 陕西澄城人, 博士生, 主要从事非线性转子动力学的研究.

响应^[41]), 分析了响应进入混沌的不同道路.

1 水平盘旋建模

实际飞机水平盘旋非常复杂, 在本文的数值仿真中对水平盘旋做了一定简化处理. 转子角速度 ω 和水平盘旋角速度 ω_2 方向如图 1 所示^[3].

战斗机的机动性能是非常重要的指标, 通常属于保密范畴. 本文取轻型战斗机歼-7E 已公开的机动性能参数作为参考, 构造能够较准确地描述实际水平盘旋的角速度函数, 并设稳定盘旋

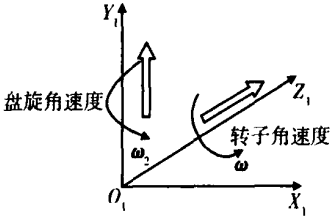


图 1 水平盘旋角速度示意图

Fig. 1 Sketch of angular velocity

角速度为 0.25rad/s, 盘旋半径为 1 000 m. 当变角速度盘旋时, 设盘旋角速度为分段函数, 变化形式为

$$\omega_2 = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < nT \\ 0.25\sin(t - nT) & nT \leq t < nT + \pi/2 \\ 0.25 & nT + \pi/2 \leq t < nT + 10 - \pi/2 \\ 0.25\cos(t - nT - 10 + \pi/2) & nT + 10 - \pi/2 \leq t < nT + 10 \\ 0 & nT + 10 \leq t \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

其中: T 为转子自转周期, n 为计算周期数, 其取值应保证战斗机在平飞时瞬态过程完全衰减. 公式(1)表明: 当 $0 \leq t < nT$ 时, $\omega_2 = 0$, 战斗机处于平飞状态; 当 $nT \leq t < nT + \pi/2$ 时, 战斗机水平盘旋角速度从 0 沿 1/4 正弦加速至 0.25; 当 $nT + \pi/2 \leq t < nT + 10 - \pi/2$ 时, 战斗机以 0.25 恒定角速度盘旋飞行; 当 $nT + 10 - \pi/2 \leq t < nT + 10$ 时, 战斗机水平盘旋角速度从 0.25 沿 1/4 余弦减速至 0; 之后战斗机继续做平飞运动.

当战斗机绕 Y_1 轴水平盘旋时, 转子受到的附加离心力 $F_2 = mr_2 \omega_2^2$, 附加陀螺力矩 $M_2 = J_p \omega \times \omega_2$. 其中, J_p 为转子对 z 轴的转动惯量且有 $J_p = mR_d^2/2$, r_2 为机动飞行半径, R_d 为转盘半径. 如图 2 所示, F_2 方向沿 x_1 轴, M_2 在 z_1Oy_1 平面内, $xyzO$ 为固连在战斗机上的坐标系, $x_1y_1z_1O$ 坐标系为 $xyzO$ 绕 z 旋转 θ 角度的坐标系, 其坐标原点 O 固连在战斗机的质心上, 并且坐标轴与地面坐标轴平行, θ 为水平盘旋时机翼倾角.

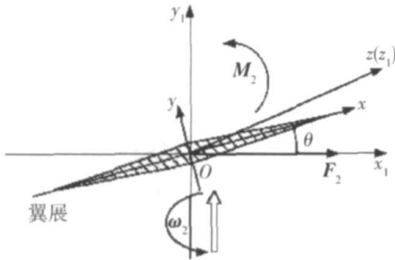


图 2 水平盘旋附加离心力和陀螺力矩方向示意图

Fig. 2 Sketch of force direction in hover

2 水平盘旋下裂纹转子运动微分方程

考虑如图 3 所示的裂纹转子模型, 其运动微分方程为^[5]

$$\left. \begin{aligned} & \ddot{m}x + 2mD\omega_k\dot{x} + k_x x - f[(k_x - k_{11}\cos^2\omega t - k_{22}\sin^2\omega t)x + \sin\omega t \cos\omega t(k_{22} - k_{11})y + (-k_{13}\cos^2\omega t - k_{24}\sin^2\omega t)\alpha + \sin\omega t \cos\omega t(k_{24} - k_{13})\beta] = m\epsilon\dot{\omega}\sin(\omega t + \varphi - \gamma - \theta) + mr_2\omega_2^2\cos\theta - mg\sin\theta \\ & \ddot{m}y + 2mD\omega_k\dot{y} + k_y y - f[\sin\omega t \cos\omega t(k_{22} - k_{11})x + (k_x - k_{11}\sin^2\omega t - k_{22}\cos^2\omega t)y + \sin\omega t \cos\omega t(k_{24} - k_{13})\alpha + (-k_{13}\sin^2\omega t - k_{24}\cos^2\omega t)\beta] = m\epsilon\dot{\omega}\cos(\omega t + \varphi - \gamma - \theta) - mr_2\omega_2^2\sin\theta - mg\cos\theta \\ & J_d\ddot{\alpha} + 2J_dD_1\omega_m\dot{\alpha} + k_m\alpha - f[(-k_{13}\cos^2\omega t - k_{24}\sin^2\omega t)x + \sin\omega t \cos\omega t(k_{24} - k_{13})y + (k_m - k_{33}\cos^2\omega t - k_{44}\sin^2\omega t)\alpha + \sin\omega t \cos\omega t(k_{44} - k_{33})\beta] + J_p\dot{\omega}\dot{\beta} = J_p\omega\omega_2\sin\theta \\ & J_d\ddot{\beta} + 2J_dD_1\omega_m\dot{\beta} + k_m\beta - f[\sin\omega t \cos\omega t(k_{24} - k_{13})x + (-k_{13}\sin^2\omega t - k_{24}\cos^2\omega t)y + \sin\omega t \cos\omega t(k_{44} - k_{33})\alpha + (k_m - k_{33}\sin^2\omega t - k_{44}\cos^2\omega t)\beta] + J_p\dot{\omega}\dot{\alpha} = J_p\omega\omega_2\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

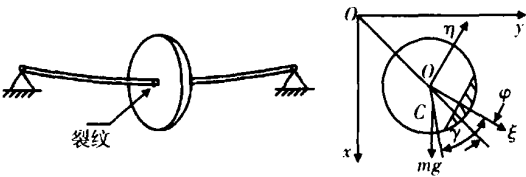


图 3 裂纹转子模型及截面坐标简图

Fig. 3 Cracked rotor and the cross section coordinate

其中: x, y 为转子在 x, y 方向的位移; α, β 分别为转子在 xOz, yOz 平面的转角; m 为转子质量; e 为偏心距; D 为转子振动阻尼; D_1 为转子摆振阻尼; $J_d = J_p/2$ 为转子对半径的转动惯量; ω_{hz} 为振动临界转速; ω_{hm} 为摆振临界转速; k_z 为振动刚度; k_m 为摆振刚度; φ 为不平衡相位角. k_{ij} 表示在 j 方向产生单位位移时 i 方向的载荷; 1, 2, 3, 4 分别代表 x, y, α, β 方向(本文所采用的裂纹轴刚度是基于断裂力学理论通过求裂纹处局部应变能密度函数而获得的, 且为 I 型裂纹, 通过对应变能密度函数进行微积分获得裂纹轴的柔度矩阵, 进而得到其刚度矩阵. 其详细计算可参见文献[5]); f 为裂纹开闭函数. 对于裂纹开闭特性的描述, 通常我们用方波函数和余弦函数来描述裂纹的开闭特性. 根据 Gasch^[6] 的研究结论: 在小裂纹(裂纹深度小于轴半径的 1/2)情形下, 方波函数裂纹模型比较适合实际情形; 在深裂纹(裂纹深度大于轴半径的 1/2)情形下, 余弦函数裂纹模型和实际情形比较接近. 因此我们选用如下裂纹模型

$$f = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos \Phi - \frac{2}{3\pi} \cos \Phi + \dots & \frac{a}{R} < 0.5 \\ \frac{1 + \cos \Phi}{2} & \frac{a}{R} \geq 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

$$\Phi = \omega t - \arctan \frac{x}{y}$$

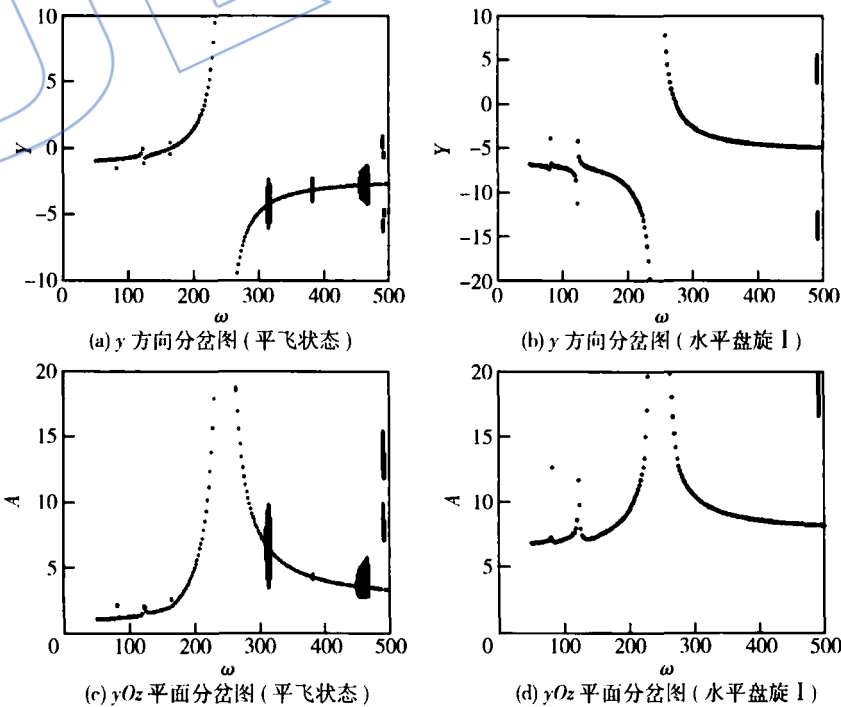


图 4 裂纹深度 $a/R = 0.4$ 时系统平飞和水平盘旋 I 下响应的分岔图对比

Fig. 4 Bifurcation diagram of the system response in flat flight and hover I when crack depth is 0.4

式中 a 为裂纹深度, R 为转轴半径.

3 水平盘旋下裂纹转子系统的响应

选取转子模型参数如下: 转轴长度 $l = 1$ m, 半径 $R = 0.03$ m, 弹性模量 $E = 200$ GPa; 转盘质量 $m = 100$ kg, 半径 $R_d = 0.3$ m, 偏心距 $e = 2 \times 10^{-4}$ m; 阻尼系数 $D = D_1 = 0.01$. 此时, $k_z = 6.107 \times 10^6$ N/m, $k_m = 1.527 \times 10^6$ N/m, $\omega_{hz} = 247$, $\omega_{hm} = 824$. 为了直观表示出转子位移的大小, 将其进行无量纲化, 即

$$X = \frac{x}{\delta}, Y = \frac{y}{\delta}, \tau = \omega t$$

其中: $\delta = mg/k_z$ 为转子的静位移. 为描述简便起见, 将定角速度水平盘旋称为水平盘旋 I, 将变角速度水平盘旋称为水平盘旋 II.

3.1 水平盘旋 I 下转速对系统响应的影响

在小裂纹情形下, 从图 4 可以发现, 平飞状态系统响应在多个转速下存在非线性现象, 而水平盘旋 I 仅在 2 倍临界转速附近才会出现; 水平盘旋 I 在 $\frac{1}{4}$ 倍摆振临界转速附近出现了非线性响应, 说明水平盘旋 I 促进了转角非线性振动的发生, 这主要是由附加陀螺力矩引起的; 系统响应的峰峰值明显增大, 大约为平飞状态的 5 倍, 这显然增大了转子发生断裂和碰摩的可能性.

深裂纹情形下, 附加陀螺力矩的作用使得系统在 $1/4$ 和 $1/3$ 倍摆振临界转速附近发生了强烈的非线性响应, 由于耦合作用, 使得转子径向振动也出现了非线性响应, 系统响应在轴临界转速的倍频和分频附近的非线性得到了一定程度的抑制 (如图 5). 从图 6 可以发现, 平飞状态下, 系统响应出现了拟周期环面破裂和周期 3 运动失稳进入混沌的混沌道路. 并且在水平盘旋 I 下系统响应出现一些吸引子, 如图 7 (a) 和 (d), 这些响应主要为拟周期运动, 中间夹杂少量混沌运动, 属于一种阵发性混沌运动.

3.2 水平盘旋 I 下裂纹深度对系统响应的影响

从水平盘旋 I 下系统响应裂纹变化的分岔图

(图 8) 可以清楚的看到其对转子径向运动非线性的抑制作用(本节所选转速 $\omega=460$, 接近 2 倍临界转速, 若选摆振临界转速分频附近的转速, 水平盘旋 I 应该对系统出现非线性起到加剧作用), 系统响应在小裂纹情形下的非线性响应消失, 深裂纹情形下仅在 $a/R>0.65$ 才出现非线性响应, 这比平飞状态的 $a/R>0.58$ 大了很多.

3.3 水平盘旋 II 下转速对系统响应的影响

在水平盘旋 II 下, 附加陀螺力矩和附加离心力是时变的, 我们无法通过 Poincaré 映射图来研究系统响应, 因此, 仅能通过 PSP 图来研究系统响应峰值随时间变化情况.

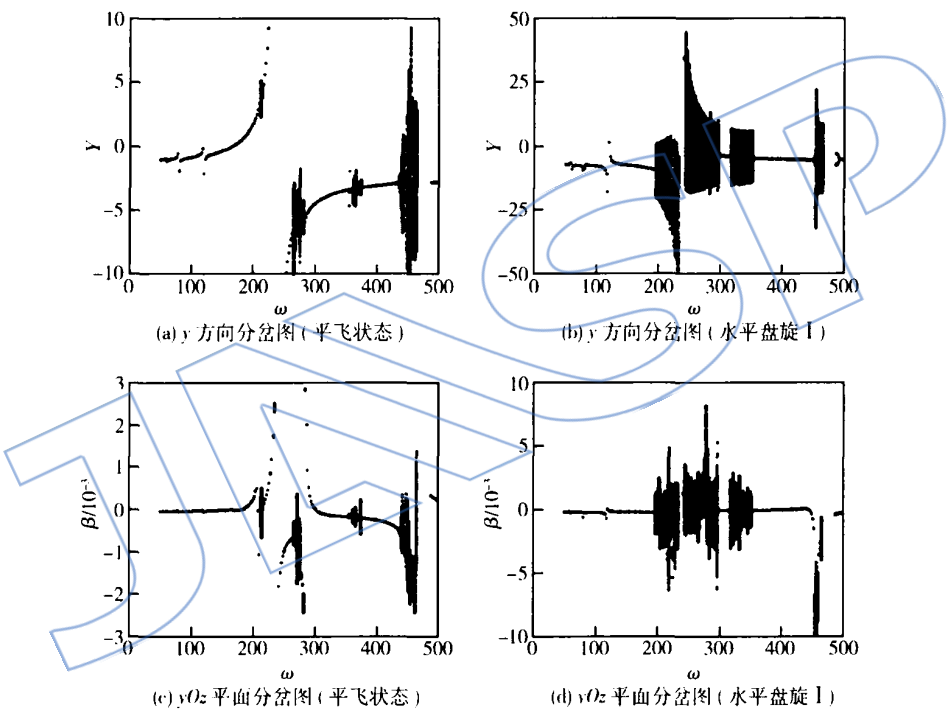


图 5 裂纹深度 $a/R=0.8$ 时系统平飞和水平盘旋 I 下响应的分岔图对比

Fig. 5 Bifurcation diagram of the system response in flat flight and hover I when crack depth is 0.8

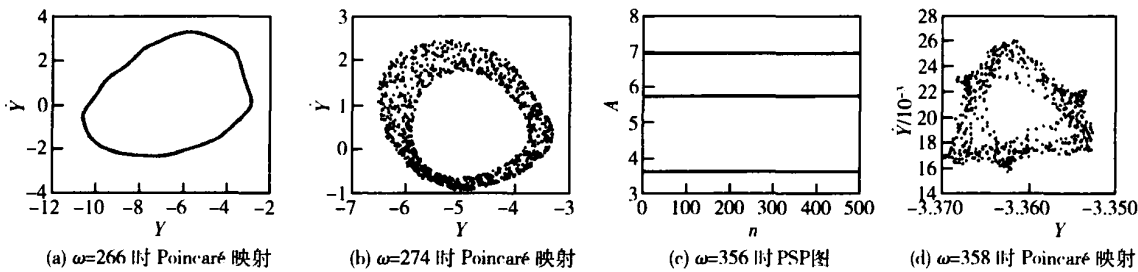


图 6 裂纹深度 $a/R=0.8$ 时平飞状态下系统响应图

Fig. 6 Response in flat flight when crack depth is 0.8

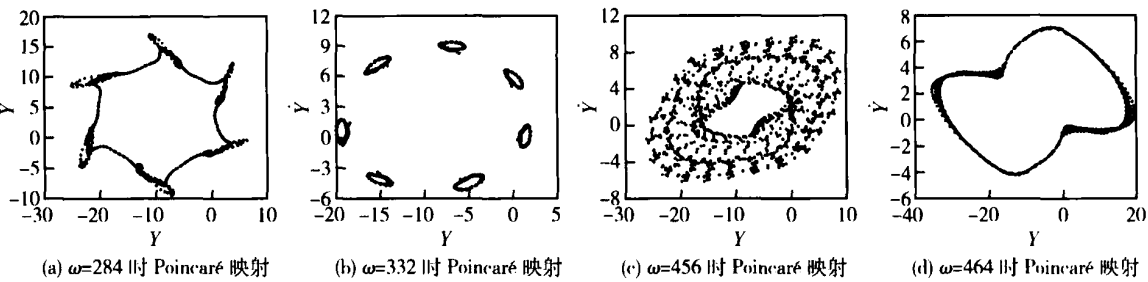


图 7 裂纹深度 $a/R=0.8$ 时水平盘旋 I 下系统响应图
Fig. 7 Response in hover I when crack depth is 0.8

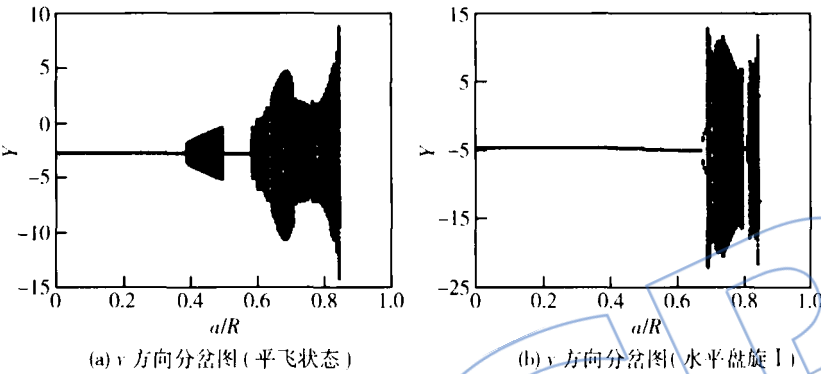


图 8 转速 $\omega=460$ 时系统平飞和水平盘旋 I 下响应的分岔图对比

Fig. 8 Bifurcation diagram of the system response in flat flight and hover I when rotational speed is 460

在小裂纹情形下, 水平盘旋 II 使得系统响应在临界转速分频附近的非线性响应得到了很好的抑制, 如图 9, 当 $\omega=313$ 和 $\omega=382$ 时, 系统响应在机动飞行前均为拟周期运动, 而当发生机动飞行时, 由于水平盘旋 II 对径向分频非线性响应的抑制, 使得系统响应变为周期 1 运动, 而当战斗机退出机动飞行后, 系统响应仍然得到抑制为周期 1 运动, 但响应的幅值明显降低。

在深裂纹情形下, 摆振临界转速分频附近的非线性响应加剧了, 如图 10, 本来峰-峰值较小的拟周期运动, 随着机动飞行的出现, 峰-峰值明显增大, 但系统响应仍为拟周期运动, 当战斗机退出机动飞行后, 系统响应的峰-峰值回到机动飞行前

的状态; 当 $\omega=356$ 系统响应初始为周期 3 运动, 当出现机动飞行时, 系统响应变为周期运动, 退出机动飞行后仍然保持周期运动, 但是峰-峰值明显减小。因此, 水平盘旋 II 使得对转子临界转速分频附近的非线性运动有很好的抑制作用, 但加剧了摆振临界转速分频附近的非线性运动。

3.4 水平盘旋 II 下裂纹深度对系统响应的影响
本小节所选的转速 $\omega=460$ 约为 2 倍的 ω_{hz} , 因此水平盘旋 II 对系统响应有抑制作用。图 11(a) 为水平盘旋 II 将混沌运动抑制为周期运动; 图 11(b) 为水平盘旋 II 将混沌运动抑制为多倍 T 周期运动。因此, 水平盘旋 II 对临界转速分频附近拟周期运动和小幅度的混沌运动的抑制作用很显著。

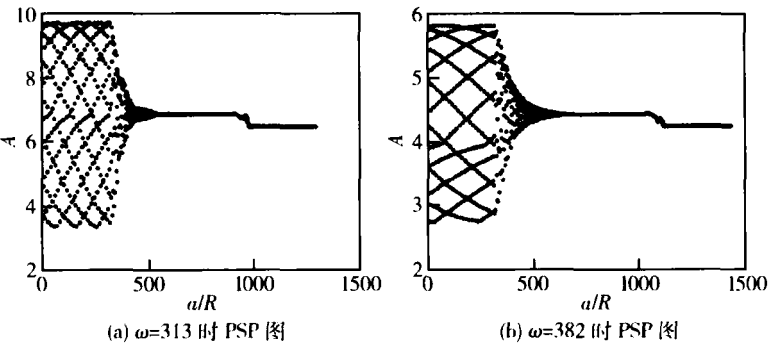


图 9 裂纹深度 $a/R=0.4$ 时水平盘旋 II 下系统响应图
Fig. 9 Response in hover II when crack depth is 0.4

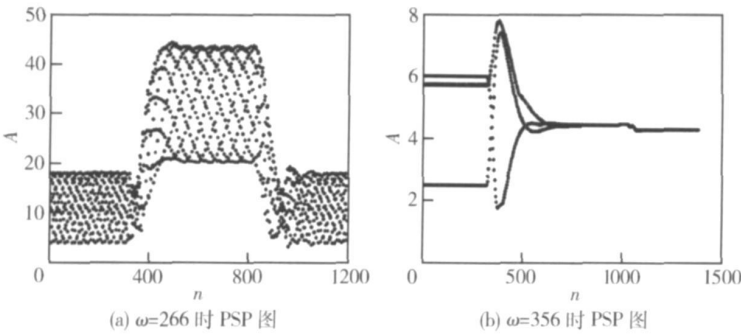


图 10 裂纹深度 $a/R=0.8$ 时水平盘旋 II 下系统响应图
Fig. 10 Response in hover II when crack depth is 0.8

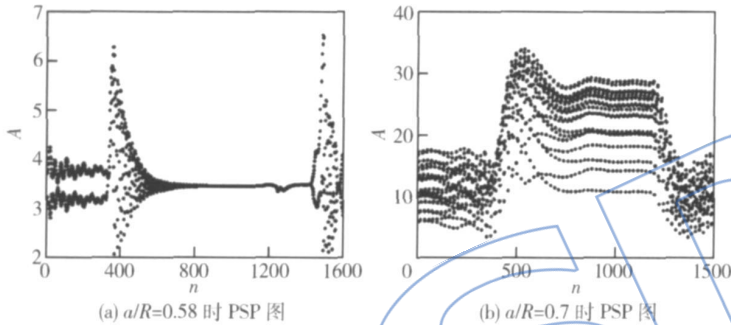


图 11 转速 $\omega=460$ 时水平盘旋 II 下系统响应图
Fig. 11 Response in hover II when rotational speed is 460

4 结 论

本文研究了裂纹转子在水平盘旋下系统的非线性响应,主要研究方法是分岔图、Poincaré 映射和 PSP 图.在本文所建立的数学模型下,得到了如下结论:

系统响应的混沌道路为周期 3 运动失稳、拟周期环面破裂和阵发性混沌进入混沌 3 条;水平盘旋一般会对系统的非线性起到了抑制作用,但是转子的轴心位置明显偏离轴线,因此增大了转子发生碰摩的可能性;并且水平盘旋激起了摆振临界转速分频附近的振动,使得系统响应在这些频率下容易出现非线性运动或峰峰值较大幅度的跳跃;随着平飞→机动飞行→平飞,响应出现了多倍 T 周期→周期→周期、拟周期→周期→周期、混沌→周期→混沌等比较有特色的转变.

本文的研究对飞行器转子的设计、故障诊断和在线检测均具有一定的指导意义.

参考文献:

[1] White J L, Heidari M A, Yantis T F. Study of engine excited non linear vibr acoustics in commercial airplanes [J].

Proceedings of the International Modal Analysis Conference IMAC, 1997, 2: 1503-1508.
[2] Ananthan S, Leishman J G. Helicopter rotor wake dynamics during simulated tactical maneuvers [J]. Annual Forum Proceedings American Helicopter Society, 2004, 1: 949-980.
[3] 徐敏,廖明夫,刘启洲.机动飞行条件下双盘悬臂转子的振动特性[J]. 航空动力学报, 2002, 17(1): 105-109.
XU Min, LIAO Mingfu, LIU Qizhou. The vibration performance of the double disk cantilever rotor in flight mission [J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(1): 105-109.
[4] 杨永锋,任兴民,秦卫阳.一种描述非线性动力学响应的新方法[J]. 中国机械工程, 2005, 16(16): 1468-1470.
YANG Yongfeng, REN Xingmin, QIN Weiyang. Description nonlinear responses using peak-to-peak values [J]. China Mechanical Engineering, 2005, 16(16): 1468-1470.
[5] 杨永锋.机动飞行下裂纹转子的非线性特性研究[D]. 西安:西北工业大学, 2006.
YANG Yongfeng. Study of the nonlinear dynamic characteristic of cracked rotor in maneuver flight [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006.
[6] Gasch R, Person M, Weitz B. Dynamic behaviour of the Larval rotor with a cracked hollow shaft - a comparison of crack models[A]. Proceedings of the 4th International Conference on Vibration in Rotating Machinery[C]. Great Britain: Mechanical Engineering Publications Limited, 1988: 463-472.